

**Обучение младших школьников
решению задач
на геометрические построения**

Т.В. Баракина

Традиционно геометрический материал в начальном курсе математики не выделяется в качестве самостоятельного раздела, находясь в тесной связи с остальными темами курса. Однако в изложении вопросов геометрии соблюдается собственная логика, подчинённая основным целям включения этого материала в курс математики в младших классах.

По Государственным образовательным стандартам 2004 г. элементы геометрии рассматривались в разделе «Пространственные отношения. Геометрические фигуры. Измерение геометрических величин», в Федеральных государственных образовательных стандартах начального общего образования 2009 г. – в разделе «Пространственные отношения. Геометрические фигуры» (см. таблицу на с. 49 [8]).

Таким образом, задачи изучения геометрического материала в начальных классах состоят в

- 1) развитии пространственных представлений у детей;
- 2) формировании представлений о геометрических фигурах различных видов, некоторых объёмных телах;
- 3) формировании элементарных чертёжных умений.

Реализация последней из указанных задач осуществляется в процессе решения задач на геометрические построения (в дальнейшем – задачи на построение).

Какие же задачи к ним относятся? Что значит решить задачу на построение? Постараемся разобраться с этими и некоторыми другими вопросами.

Задача на построение состоит в том, что требуется построить с помощью указанных инструмен-

тов некоторую фигуру, если дана некоторая другая фигура и указаны некоторые соотношения между элементами искомой фигуры и элементами данной фигуры [9].

Каждая фигура, удовлетворяющая условиям задачи, называется решением этой задачи.

Найти решение задачи на построение – значит свести её к конечному числу основных построений, т.е. указать конечную последовательность основных построений, после выполнения которых искомая фигура будет уже считаться построенной в силу принятых аксиом конструктивной геометрии. Перечень допустимых основных построений, а следовательно и ход решения задачи, существенно зависит от того, какие именно инструменты употребляются для построений [Там же].

Решить задачу на построение – значит найти все её решения. Фигуры, удовлетворяющие условиям задачи, могут различаться как формой или размерами, так и положением на плоскости. Различия в положении на плоскости принимаются или не принимаются в расчёт в зависимости от формулировки самой задачи на построение [Там же].

Существует ряд простейших геометрических задач на построение, которые особенно часто входят в качестве составных частей в решение более сложных задач. К их числу обычно относят деление данного отрезка пополам; деление данного угла пополам; построение на данной прямой отрезка, равного данному; построение угла, равного данному; построение прямой, проходящей через данную точку параллельно данной прямой; построение прямой, проходящей через данную точку и перпендикулярной к данной прямой; деление отрезка в данном отношении; построение треугольника по трём данным сторонам; построение треугольника по стороне и двум прилежащим углам; построение треугольника по двум сторонам и углу между ними; построение прямой, проходящей через данную точку и касающейся данной окружности; построение прямоугольного треугольника по гипотенузе и катету.

Содержание изучения	Характеристика деятельности учащихся
<p>Взаимное расположение предметов в пространстве и на плоскости (выше-ниже, слева-справа, сверху-снизу, ближе-дальше, спереди-сзади, перед, после, между и др.).</p> <p>Распознавание и изображение геометрических фигур: точка, линия (прямая, кривая), отрезок, ломаная (замкнутая и незамкнутая), угол (прямой, острый, тупой), многоугольники (треугольник, прямоугольник, квадрат).</p> <p>Различение окружности и круга, построение окружности с помощью циркуля.</p> <p>Выделение фигур на чертеже. Изображение фигуры от руки и с помощью чертёжных инструментов на нелинованной бумаге и на бумаге в клетку.</p> <p>Геометрические тела. Распознавание и называние: куб, шар, параллелепипед, пирамида, цилиндр, конус.</p>	<p><u>Моделировать</u> разнообразные ситуации расположения объектов в пространстве и на плоскости.</p> <p><u>Изготавливать</u> (конструировать) модели геометрических фигур, преобразовывать модели.</p> <p><u>Описывать</u> свойства геометрических фигур.</p> <p><u>Сравнивать</u> геометрические фигуры.</p> <p><u>Соотносить</u> реальные предметы с моделями рассматриваемых геометрических тел.</p>

Некоторые из этих задач рассматриваются и в начальном курсе математики, например (рис. 1):

Построить 4 прямых угла с общей вершиной можно и на нелинованной бумаге.

1) Отложи на прямой отрезок AB . Радиусом, равным длине отрезка, проведи 2 окружности с центрами в точках A и B (рис. 1а). Обозначь точки пересечения окружностей буквами C и D . Проведи прямую через точки C и D . Точку пересечения прямых обозначь буквой O . Проверь, что все 4 угла с вершиной в точке O прямые.

Вместо окружностей можно проводить дуги (части окружностей) любого радиуса, который всегда должен быть больше половины длины отрезка AB .

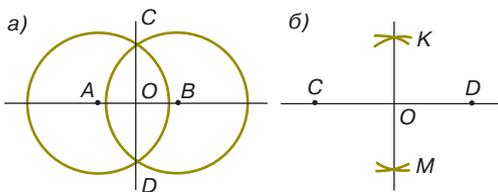


Рис. 1 [7]

2) Сделай чертёж, как на рис. 1б. Любую точку отрезка KM соедини отрезками с точками C и D . Убедись, что полученный треугольник – равнобедренный. Начерти так же ещё 2 равнобедренных треугольника.

Следует отметить, что основная задача начальной школы состоит не столько в формировании умения решать вышеуказанные задачи, сколько в формировании чертёжных умений.

Можно выделить следующие этапы формирования чертёжных умений в начальной школе.

1. Подготовительный этап. Изображение геометрических фигур с использованием шаблонов.
2. Изображение геометрических фигур от руки (без использования чертёжных инструментов).
3. Знакомство с чертёжными инструментами: линейкой, угольником, циркулем. Правила работы с ними (рис. 2).
4. Формирование умения решать элементарные задачи на построение.

Учись чертить.

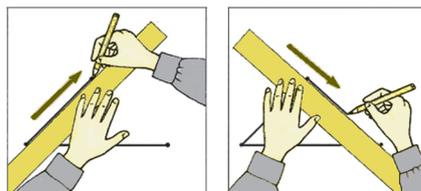


Рис. 2 [6]

Начерти в тетради ломаную, состоящую из четырёх звеньев. Сколько вершин у этой ломаной?

В начальной школе рассматриваются следующие виды задач на построение.

1. Задачи на элементарные построения геометрических фигур на клетчатой бумаге без использования чертёжных инструментов.
2. Задачи на элементарные построения геометрических фигур на нелинованной бумаге без использования чертёжных инструментов.

3. Задачи на элементарные построения геометрических фигур с помощью чертёжных инструментов (линейки, угольника, циркуля). Они в свою очередь подразделяются на следующие задачи.

А) Построение фигуры по образцу, например (рис. 3, 4):

1. Начерти по клеточкам такие же фигуры. Какие из них пересекаются? Не пересекаются? Закрась пересечения фигур.

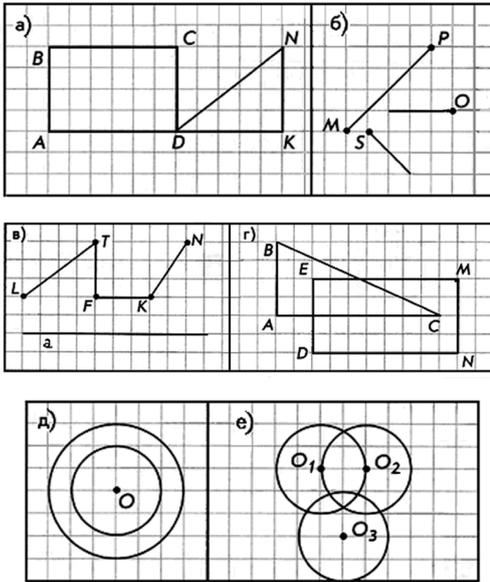


Рис. 3 [3]

2. Витя, Костя, Миша и Коля отправились на рыбалку к лесному озеру. Грузила на удочках имеют разную форму. Начерти их по клеточкам.

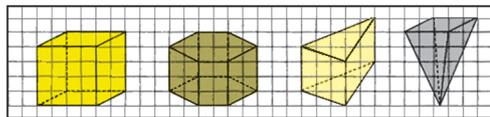


Рис. 4 [2]

Б) Построение фигуры по заданным параметрам (метрические задачи), например:

1. Начерти прямоугольник со сторонами 5 см и 3 см. Найди периметр и площадь этого прямоугольника.

2. Начерти три отрезка. Длина первого 8 см 5 мм, что на 7 мм больше длины второго и на 1 см 5 мм меньше длины третьего отрезка.

В) Построение фигур с опорой на их свойства, например (рис. 5):

Рассмотри чертёж. Назови диагонали квадратов и точки их пересечения.

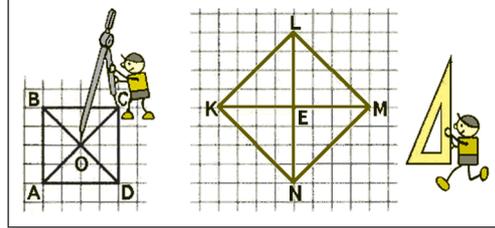


Рис. 5 [7]

Что можно сказать о свойствах диагоналей квадрата, зная, что квадрат тоже прямоугольник?

У диагоналей квадрата есть ещё одно свойство.

При пересечении диагоналей квадрата получаются четыре прямых угла.

Проверь это свойство по чертежу.

Используя свойство диагоналей квадрата, начерти в тетради квадрат, длина диагонали которого 5 см.

Г) Преобразование фигуры, в том числе по заданным параметрам, например:

1. Начерти квадрат $ABCD$, длина диагонали которого 6 см. Дострой его до квадрата с длиной стороны 6 см и найди площадь квадрата $ABCD$.

2. Начерти по клеточкам такие же фигуры.

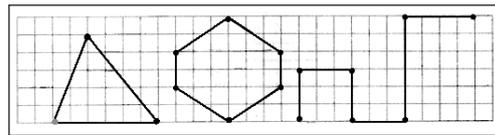


Рис. 6 [1]

Как провести по два отрезка так, чтобы из каждой фигуры получилось два треугольника и один четырёхугольник?

Д) Построение фигуры с учётом её расположения на плоскости, например:

1. Начерти луч с началом в точке K . Отложи на нём от его начала один за другим несколько отрезков длиной 15 мм. Отметь на луче точки A, B, C , соответствующие числам 4, 6, 8. Найди длины отрезков KA, KB, AC, BC .

2. Фигура изменила своё положение. Точками какого цвета обозначены её вершины *C* и *D* на каждом чертеже?

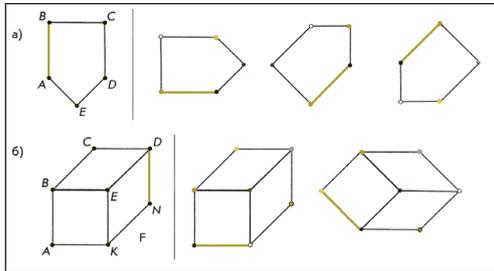


Рис. 7 [4]

Е) Произвольное построение фигур, например:

1. Начерти любой прямоугольник и найди его площадь и периметр.

2. Начерти любой прямоугольник, проведи в нём диагонали. Докажи, что можно начертить окружность с центром в точке пересечения диагоналей, которая проходит через все вершины прямоугольника.

3. Начерти окружность, проведи в ней диаметр и соедини концы диаметра с любой точкой окружности. Проверь, какого вида треугольник получился.

Процесс решения задач на построение строится согласно следующим этапам [5]:

1. Анализ задачи.
 2. Построение.
 3. Доказательство.
 4. Исследование.
- Например:

Построй прямоугольник, сумма длин сторон которого 12 см. Построй разные прямоугольники с такой же суммой длин сторон (длина каждой стороны должна быть выражена целым числом).

1. Анализ задачи.

Учитель предлагает подобрать числа, которые могли бы быть длинами сторон искомого прямоугольника:

Длина	1 см	2 см	3 см
Ширина	5 см	4 см	3 см
Периметр	12 см	12 см	12 см

2. Построение.

По данным, полученным при анализе длин сторон искомого прямоугольника, строится один из прямоугольников.

3. Доказательство.

Учащиеся находят периметр построенного прямоугольника. Устанавливают соответствие условию задачи:

$$P = (1 + 5) \cdot 2 = 12 \text{ (см)} \text{ или } P = (2 + 4) \cdot 2 = 12 \text{ (см)} \text{ или } P = (3 + 3) \cdot 2 = 12 \text{ (см)}$$

4. Исследование.

Учащиеся устанавливают, что существуют три различных прямоугольника, сумма длин сторон которого равна 12 см. Один из них – квадрат.

В зависимости от условия этапы решения задачи могут варьироваться: построение и исследование; построение и доказательство; анализ и построение.

Таким образом, простейшие задачи на геометрические построения, которые решаются в начальной школе, способствуют формированию умений выполнения элементарных построений чертёжными инструментами.

Литература

1. Демидова, Т.Е. Моя математика : учеб. для 1-го класса : в 3-х ч. : ч. 2 / Т.Е. Демидова [и др.]. – М. : Баласс, 2008.

2. Демидова, Т.Е. Математика (Моя математика) : учеб. для 3-го класса : в 3-х ч. : ч. 2 / Т.Е. Демидова [и др.]. – М. : Баласс, 2010.

3. Демидова, Т.Е. Математика (Моя математика) : учеб. для 3-го класса : в 3-х ч. : ч. 3 / Т.Е. Демидова [и др.]. – М. : Баласс, 2010.

4. Демидова, Т.Е. Математика (Моя математика) : учеб. для 4-го класса : в 3-х ч. : ч. 3 / Т.Е. Демидова [и др.]. – М. : Баласс, 2010.

5. Дрозд, В.Л. Методика начального обучения математике : учеб. пос. для пед. ин-тов / В.Л. Дрозд [и др.]; под общ. ред. А.А. Столяра, В.Л. Дрозда. – Минск : Вышэйшая школа, 1988.

6. Моро, М.И. Математика : учеб. для 1-го класса нач. шк. : в 2-х ч. : ч. 1 / М.И. Моро, С.И. Волкова, С.В. Степанова. – М. : Просвещение, 2002.

7. Моро, М.И. Математика : учеб. для 4-го класса нач. шк. : в 2-х ч. : ч. 1 / М.И. Моро, С.И. Волкова, С.В. Степанова. – М. : Просвещение, 2004.

8. Примерные программы по учебным предметам : Начальная школа : в 2-х ч. : ч. 1. – 3-е изд. – М. : Просвещение, 2010.

9. Общие принципы решения задач на построение [Электронный ресурс]. – <http://dspace.utlib.ee/dspace/bitstream/handle/>

Татьяна Вячеславовна Баракина – канд. пед. наук, доцент кафедры предметных технологий начального и дошкольного образования Омского государственного педагогического университета, г. Омск.