

## Влияние изучения элементов стохастики на мышление младшего школьника

*С.И. Проценко*



Одной из ведущих детерминант содержания образования является его цель, в которой находят концентрированное выражение как интересы общества, так и интересы личности. Выпускник средней школы сталкивается в жизни с проблемами, которые в большинстве своём связаны с анализом влияния случайных фактов и требуют принятия решений в ситуациях, имеющих вероятностную основу. В связи с этим необходимым условием творческой работы во многих областях человеческой деятельности стало наличие стохастических знаний и представлений.

Изучение элементов стохастики развивает и совершенствует основы вероятностного мышления учащихся, показывает, что вероятностные закономерности повсеместно наблюдаются в практике и являются фундаментальными закономерностями в природе.

Закладывать **основы вероятностного мышления учащихся**, по сути дела, не требуется – ребёнок приходит в школу, уже имея эти основы (в силу природных задатков у ребёнка довольно рано формируется вариативное восприятие мира). Надо не блокировать эти основы, загоня мышление в стандартные схемы, а наоборот, развивать их.

Очевидно, что знакомство с элементами стохастики в младшем школьном возрасте происходит посредством решения задач, разбора жизненных ситуаций, участия в играх, проведения экспериментов, опытов и т.п. Когда ребёнок принимает во всём этом участие, то, естественно, он начинает размышлять, рассуждать, т.е. приводится в действие такой психический процесс, как мышление.

Мышление младшего школьни-

ка носит наглядно-образный характер. При оперировании конкретным содержанием (фигурами, знаками) мыслительный процесс учащихся начальных классов протекает легче и успешнее, чем при работе с отвлечёнными понятиями, что характерно для словесно-логической формы мышления. Постепенно в процессе учения дети начинают овладевать этой формой.

Рассмотрим, каким образом изучение элементов стохастики способствует совершенствованию наглядно-действенного мышления у младших школьников, в частности развитию способности управлять своими поисковыми действиями, осуществлять целенаправленные (а не случайные и хаотичные) попытки решения комбинированных задач. Учащиеся начальных классов вполне могут решать такие задачи без использования формул с помощью приёмов систематического перебора. Первые комбинаторные задачи дают возможность выполнять практические действия, которые потом будут перенесены в план умственных действий, например: сколькими способами можно положить в ряд вилку, нож и тарелку и каким из этих вариантов можно пользоваться за столом. Решение задач, связанных с реальной ситуацией, помогает учащимся освободиться от неуверенности в своих силах, пробудить у них познавательный интерес к предмету. Систематическое использование прикладных задач способствует более осознанному и активному усвоению материала. Рассматривая частные случаи, учащиеся анализируют, выделяют главное, обобщают.

Особенность наглядно-действенного мышления состоит в том, что с его

помощью решаются задачи, в которых объекты (между которыми нужно найти отношения) можно брать в руки, чтобы изменить их состояние, свойства, а также расположить в пространстве. При работе с предметами ребёнку легче наблюдать за своими действиями по их изменению, а также легче и управлять действиями: прекращать практические попытки, если их результат не соответствует требованиям задачи, или, наоборот, заставлять себя довести попытку до конца, до получения определённого результата, а не бросать её, не найдя решения. Так, например, при формировании у школьников представления о событии можно предложить эксперимент: в урне находятся 6 чёрных и 3 белых шара; необходимо наугад извлечь из урны шар, который затем не возвращается в урну, а перед этим сделать предположение о цвете шара. Затем можно сравнить результаты эксперимента с предположениями. В результате эксперимента произошло событие (извлечён шар определённого цвета), причём дети непосредственно в нём участвовали.

Параллельно происходит формирование у школьников представления о вероятности. Осуществляется оно аналогично знакомству с понятием «дробь» (естественно, когда это знакомство уже состоялось; если понятие «дробь» ещё не было введено, то знакомство с ним можно осуществить на интуитивной основе). Сначала определим общее количество шаров ( $6 + 3 = 9$ ). Допустим, необходимо найти вероятность того, что извлечённый шар будет белым. Количество белых шаров равно 3, общее количество шаров – 9, тогда вероятность того, что извлечённый шар будет белым, равна  $\frac{3}{9}$  (общее число исходов 9, а число исходов, благоприятствующих тому, что извлечённый шар будет белым, – 3). Аналогично проводится вычисление вероятности того, что извлечённый шар будет чёрного цвета. Затем можно сравнить эти вероятности, т.е.  $\frac{6}{9} > \frac{3}{9}$ , и продемонстрировать это экспериментально.

После того как у школьников сформировалось представление о вероятности, можно сообщить им, что вероятность может быть не-

скольких видов, например классическая и статистическая. В предыдущем эксперименте как раз и было продемонстрировано классическое определение вероятности, т.е. отношение благоприятных исходов к числу всех возможных результатов. Данное определение мы получили, глядя на реальные объекты и рассуждая. Определение статистической вероятности (название говорит само за себя) можно получить непосредственно из эксперимента. Проводится большое число испытаний, и за численное значение вероятности искомого события принимается частота данного события, т.е. если произведено  $n$  одинаковых испытаний и  $m$  – число испытаний, в котором произошло искомое событие, то отношение  $m/n$  называется частотой наступления события в данной последовательности испытаний.

При проведении аналогичных экспериментов производится запись их результатов, тем самым учащиеся получают представление о сборе сведений статистического характера. Виды записи статистических сведений могут быть различными: таблицы, диаграммы (столбчатые, линейные, круговые).

Итак, с помощью наглядно-действенного мышления удобно развивать у детей такое важное качество ума, как способность действовать при решении задач целенаправленно и продуманно, сознательно управляя своими действиями и контролируя их.

Теперь рассмотрим особенности наглядно-образного мышления. Его своеобразие заключается в том, что, решая задачи с его помощью, человек не имеет возможности реально изменять образы и представления. Это позволяет рассматривать разные планы достижения цели, мысленно сопоставлять эти планы, чтобы найти лучший. Поскольку при решении задач с помощью наглядно-образного мышления человеку приходится оперировать лишь образами объектов, то в этом случае труднее управлять своими действиями, контролировать их и осознавать, чем в том случае, когда имеется возможность оперировать самими объектами. Поэтому главная цель работы по развитию у детей

наглядно-образного мышления заключается в том, чтобы с его помощью формировать умение рассматривать разные пути, способы решения задач. Это следует из того, что, оперируя объектами в мысленном плане, представляя разные варианты их возможных изменений, можно быстрее найти оптимальное решение, чем выполняя реально каждый из вариантов, который возможен. Тем более что не всегда имеются условия для многократных изменений в реальной ситуации.

Решение комбинаторных задач методом перебора способствует развитию и совершенствованию всех трёх форм мышления, но иногда такой способ решения бывает нерациональным. Комбинаторные задачи можно разбить на несколько видов, среди которых можно выделить перестановки, сочетания и размещения, которые в свою очередь могут быть с повторениями и без повторений.

Распознавание различных видов комбинаторных соединений не представляется сложным. Допустим, дана задача на расположение каких-либо объектов в соответствии с данным условием. Начинаем анализировать: если множество исходов, т.е. расположений, составляют всевозможные комбинации из  $n$  элементов по  $m$ , то речь идет о сочетаниях; если всевозможные комбинации из  $n$  элементов по  $n$ , то о перестановках; если должен соблюдаться порядок элементов, то о размещениях.

При решении комбинаторных задач не всегда необходимо перечислять всевозможные комбинации; бывают задания, в которых нужно указать, каково количество таких вариантов. И вот здесь можно использовать основные правила комбинаторики – правило суммы и правило произведения.

При решении комбинаторных задач непосредственный перебор всех возможных вариантов в некоторых случаях может быть затруднён. Облегчить процесс нахождения этих вариантов можно, научив детей пользоваться такими средствами организации перебора, как таблицы и графы. С их помощью можно разбить ход рассуждений на отдельные части, чтобы чётко провести перебор,

при этом не упустив каких-либо имеющихся возможностей.

Итак, с помощью наглядно-образного мышления формируется также умение рассматривать различные варианты плана по достижению поставленной цели.

Перейдём к рассмотрению особенностей словесно-логического мышления и тому, каким образом элементы стохастики способствуют его формированию. Главная цель работы по развитию у детей словесно-логического, отвлечённого мышления заключается в том, чтобы с его помощью формировать у них умение рассуждать, делать выводы из тех суждений, которые представляют собой условие, умение как бы вычерпать новое содержание данных суждений, повернув их каждый раз другой стороной, выявляя всё новые свойства.

В качестве средства, способствующего достижению поставленной цели, могут выступать задания с элементами математической логики. Рассмотрим, к примеру, такую логическую задачу: «Было два кролика – белый и серый. Кто-то из них ел морковь, кто-то капусту. Белый кролик ел морковь. Что ел серый кролик?» Учащиеся рассуждают следующим образом: если белый кролик ел морковь, то серый (а кроликов было только два) ел капусту (потому что морковь уже ел белый кролик). Рассуждения идут по схеме «если..., то...», т.е. прослеживается отношение следования.

Далее можно усложнить задание: «Было два кролика – белый и серый. Кто-то из них ел морковь, кто-то капусту. Белый кролик не ел морковь. Что ел каждый кролик?» В ходе выполнения данного задания учащиеся знакомятся с операцией отрицания и усваивают значение слова «каждый». При выполнении аналогичных заданий школьники встречаются с операциями конъюнкции и дизъюнкции (уясняют для себя их смысл, а не названия) и соответственно происходит понимание смысла слов «и», «или», «все», «некоторые».

Кроме того, учащимся можно предложить задания на определение истинности или ложности высказывания. Например: число 5 получается

путём сложения 7 и 2. Истина это или ложь? В слове «лето» четыре буквы. Истина это или ложь?

Младших школьников можно познакомить с простейшими правилами вывода и построением цепи силлогизмов, что естественно при рассуждении, а последнее является неотъемлемой частью при решении математической задачи.

Младшие школьники регулярно и в обязательном порядке ставятся в ситуации, когда им нужно рассуждать, сопоставлять разные суждения, выполнять умозаключения. При рассуждении учащиеся, сами о том не подозревая, пользуются свойствами отношений: ассоциативностью и транзитивностью. Например, если Саша младше Коли, а Коля младше Димы, то Саша младше Димы; если Таня выше Лены, то Лена ниже Тани, и т.п. Тем самым осуществляется пропедевтика доказательства теорем в старших классах, так как учащиеся не просто утверждают что-либо, а обосновывают это, приводят свои доводы, доказывают.

Живой интерес у детей вызывают задания на распознавание видов событий. События могут быть случайными, достоверными и невозможными; зависимыми и независимыми; совместными и несовместными; противоположными.

Процесс распознавания можно провести во время эксперимента. Например, если в урне лежат только чёрные шары, то, извлекая оттуда шар, мы уверены, что это будет чёрный шар. Извлечение из урны (в данном случае) шара чёрного цвета – это достоверное событие. Извлечь из этой урны шар белого цвета невозможно – это невозможное событие. Если же в урне шары белого и чёрного цветов, то событие, что извлечённый шар будет чёрного цвета, является случайным, потому что в данном случае это событие могло как произойти, так и не произойти (извлечённый шар мог быть и белым).

Следует заметить, что понятие случайной величины является фундаментальным в теории вероятностей. При знакомстве с этим понятием выясняется, что событие является качественной характеристикой

случайного результата опыта, а значение случайной величины – это количественная характеристика случайных событий.

Допустим, бросили монету и кубик. На монете выпал герб, а на кубике – чётное число очков. Данные события независимы, так как они не влияют друг на друга. А вот если подбросить монету, то может выпасть либо герб, либо решка, так как наступление каждого из этих событий зависит от наступления другого. Кроме того, выпадение герба или решки при подбрасывании монеты – пример противоположного события.

Примером совместных событий может выступать следующая ситуация: к доске вызвали ученика. К доске вызвали мальчика. К доске вызвали отличника. Эти события совместные, так как они могут произойти вместе, т.е. мальчик может оказаться отличником.

Ещё один пример. Стрелок производит по цели один выстрел. Стрелок либо попадает в цель, либо промахивается. Это пример несовместных событий, так как вместе в данном случае (производится только один выбор) они произойти не могут.

Иногда несовместные и независимые события отождествляются. Здесь учителю следует самому обратить внимание на то, что события несовместны в том случае, если они не могут появляться одновременно в одном испытании, и независимы, если вероятность одного из них не меняется при наступлении другого. У детей не вызывает особой сложности применение теоремы суммы вероятностей. При использовании данной теоремы необходимо обратить внимание учащихся на то, чтобы события были несовместными. В противном случае задача будет решена неверно.

Например: в урне находятся 3 синих, 4 белых и 5 красных шаров. Какова вероятность того, что при извлечении наугад шара из урны он будет цветным?

Очевидно, что появление цветного шара означает появление или синего, или красного шара. Вероятность появления синего шара равна  $\frac{3}{12}$ , а красного –  $\frac{5}{12}$ , следовательно, вероятность появления цветного шара (по

теореме суммы вероятностей) равна  $\frac{3}{12} + \frac{5}{12} = \frac{8}{12}$ .

Учащиеся начальных классов могут складывать дроби с одинаковыми знаменателями, поэтому в плане вычисления они такой навык имеют, а вот умножать не могут, поэтому теорема произведения вероятностей не имеет своего применения, хотя, кроме вычислительных навыков, трудностей в нём нет.

Для привлечения интереса к любой задаче необходимо, чтобы её содержание было наглядным, кратким, доступным для понимания, целесообразным и занимательным, в результате чего повышается интерес к математике как к учебному предмету и растёт эффективность усвоения изучаемого материала.

Итак, словесно-логическое мышление способствует формированию у учащихся умения рассуждать, делать выводы из суждений, которые предлагаются в качестве исходных, умения ограничиваться содержанием этих суждений и не привлекать других соображений, связанных с внешними особенностями тех объектов или их образов, которые отражаются в исходных суждениях.

На основании вышеизложенного можно сделать вывод, что использование элементов стохастики в процессе обучения математике оказывает непосредственное влияние на формирование, развитие и совершенствование всех трёх форм мышления, способствующих умственному развитию учащихся.

*Светлана Ивановна Проценко – доцент  
кафедры методики начального образования  
Мордовского государственного педагогического  
института им. М.Е. Евсевьева, г. Саранск,  
Республика Мордовия.*