

**Преимственность
в изучении элементов стохастики
между начальной и основной школой
в соответствии с ФГОС***

И.О. Ковпак

Статья посвящена актуальной проблеме методики преподавания математики – поиску эффективных путей преподавания стохастической содержательно-методической линии в курсе математики 5-го класса. Предложен один из возможных вариантов решения данной проблемы через реализацию преимущественности с содержанием стохастического материала из курса математики начальной школы.

Ключевые слова: стохастика, преимущественность, начальная и основная школа, методика преподавания математики, образовательный стандарт, универсальные учебные действия, система упражнений.

В течение двух последних лет, согласно Федеральным государственным образовательным стандартам (ФГОС), стохастическая содержательно-методическая линия, включающая элементы комбинаторики, вероятности и статистики, входит в школьные учебники по математике, а также в дополняющие их дидактические материалы, на ступенях начального общего и основного общего образования.

Рассмотрим наиболее значительные методические схемы в преподавании вероятностно-статистического материала в начальной школе (табл. 1).

Все рассмотренные подходы в полной мере реализуют требования ФГОС к обязательному уровню личностных, предметных и метапредметных результатов выпускника начальной школы, а также предоставляют широкий спектр возможностей для получения повышенной подготовки в рамках стандарта. В достаточном объеме во всех учебниках [1–4; 9] представлена статистическая компо-

* Тема диссертации «Элементы стохастики в курсе математики 5–6 классов». Научный руководитель – канд. пед. наук, доцент *Н.В. Савинцева*.

Таблица 1

Предметные линии учебников по математике для 1–4 классов	М.И. Моро, С.В. Степанова	В.Н. Рудницкая и др.	Т.Е. Демидова, С.А. Козлова, А.П. Тонких	Л.Г. Петерсон	Г.В. Дорофеев, Т.Н. Миракова
Основные типы комбинаторных задач					
1. Пропедевтика понятия графа		1, 2, 4 классы	2–4 классы		2 класс
2. Нахождение числа перестановок не более чем из трёх элементов		2–4 классы	2–4 классы	2–4 классы	
3. Простейшие задачи на правило произведения (решение методом перебора)		1–4 классы	2–4 классы	1–4 классы	2, 4 классы
4. Нахождение числа сочетаний по 2 из трёх-пяти элементов		2–4 классы	2–4 классы	2–3 классы	2 класс
5. Задачи на пропедевтику понятия «дерево вариантов»		4 класс	4 класс	2–4 классы	
6. Размещения без повторов	4 класс				2, 4 классы
7. Стохастические игры	4 класс		4 класс		
Основные типы вероятностных задач					
1. Нахождение множества всех исходов опыта			4 класс		
2. Задачи на принцип Дирихле		2–4 классы			2 класс
3. Введение понятий достоверных, невозможных и случайных событий		3–4 классы	3 класс		
4. Введение понятия вероятности события с помощью классической схемы			4 класс		
5. Вычисление вероятностей достоверных, невозможных, случайных событий			4 класс		
Основные типы статистических задач					
1. Чтение, интерпретация, заполнение таблиц	1–4 классы		2–4 классы	1–4 классы	1–4 классы
2. Задачи на среднее арифметическое	4 класс		4 класс		
3. Статистическое исследование	1–4 классы		3 класс		
4. Чтение графика, составление задач по графику		4 класс		4 класс	
5. Чтение линейных и столбчатых диаграмм		4 класс	4 класс	4 класс	
6. Построение несложных линейных и столбчатых диаграмм по таблице			4 класс	4 класс	
7. Чтение круговых диаграмм			3–4 классы	4 класс	
8. Построение круговых диаграмм				4 класс	
9. Введение понятия случайного эксперимента, частоты случайного события			3–4 классы		
10. Вычисление частоты события в серии одинаковых случайных экспериментов			4 класс		

нента стохастической линии. Однако необходимо отметить, что наиболее последовательную, равномерную и непрерывную подготовку по всем трём составляющим стохастической содержательно-методической линии осуществляют только два авторских коллектива: Образователь-

ной системы «Школа 2100» [1] и «Начальной школы XXI века» [9]. Таким образом, при переходе к обучению на следующую ступень (основная школа) стартовые возможности для повышения уровня подготовки по данному материалу предлагаются различные. Вследствие этого при преподавании

Таблица 2

Характеристика основных видов деятельности ученика	
1–4-й классы	5–6-й классы
<p>Выпускник научится:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) читать и заполнять несложные готовые таблицы; 2) читать несложные готовые столбчатые диаграммы. <p>Выпускник <i>получит возможность научиться</i>:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) читать несложные готовые круговые диаграммы; 2) достраивать несложную готовую столбчатую диаграмму; 3) сравнивать и обобщать информацию, представленную в строках и столбцах несложных таблиц и диаграмм; 4) распознавать одну и ту же информацию, представленную в разной форме (таблицы и диаграммы); 5) планировать несложные исследования, собирать и представлять полученную информацию с помощью таблиц и диаграмм; 6) интерпретировать информацию, полученную при проведении несложных исследований (объяснять, сравнивать и обобщать данные, делать выводы и прогнозы) 	<p>Выпускник научится:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) извлекать информацию из таблиц и диаграмм, выполнять вычисления по табличным данным, сравнивать величины, находить наибольшие и наименьшие значения и др.; 2) выполнять сбор информации в несложных случаях, организовывать информацию в виде таблиц и диаграмм, в том числе с помощью компьютерных программ; 3) приводить примеры случайных событий, достоверных и невозможных событий; сравнивать шансы наступления событий; строить речевые конструкции с использованием слов и словосочетаний <i>маловероятно, более вероятно</i> и др.; 4) выполнять перебор всех возможных вариантов для пересчёта объектов или комбинаций, выделять комбинации, отвечающие заданным условиям

стохастического материала школьникам 5–6-го классов учителя математики испытывают значительные трудности. Среди ряда причин можно выделить основные:

- отсутствие должной преемственности в преподавании элементов стохастики между начальной школой и 5–6-м классами;

- обособленность стохастического материала 5–6-го классов от традиционного школьного курса математики.

Для осуществления преемственности на уровне содержания и на уровне учебных действий сравним требования к результатам обучения элементам стохастики и степени их освоения согласно новым ФГОС начального общего образования (НОО) [5; 6] и ФГОС основного общего образования (ООО) [7; 8] (табл. 2).

Анализируя эту таблицу, можно сделать вывод о том, что для осуществления преемственности преподавания элементов стохастики в 1–4-м и 5–6-м классах необходимо уделить наибольшее внимание вероятностной и комбинаторной составляющим, тесно связывая их со статистической составляющей, базовую подготовку по которой обеспечивают все рассмотренные системы учебников по математике для начальной школы.

В качестве одного из возможных путей реализации преемственности математического образования на начальном и основном этапах обучения мы предлагаем методический подход к изучению элементов стохастики в 5–6-м классах. Данный подход разработан с учётом планируемых результатов освоения выпускниками начальной школы

- 1) междисциплинарной программы «Формирование универсальных учебных действий» (личностных, регулятивных, познавательных и коммуникативных), а также её разделов «Чтение. Работа с текстом» и «Формирование ИКТ-компетентности учащихся» (метапредметные результаты) [6];

- 2) программы по математике для 1–4-го классов;

- 3) программы по математике для 5–6-го классов [8].

Изучение стохастического материала предполагается вести непрерывно и последовательно, с помощью системы задач и минимального теоретического материала, связывая по мере необходимости содержание заданий с изучаемыми темами традиционного школьного курса математики (ШКМ). Связь трёх компонентов стохастической линии осуществляется с помощью интегрированных задач

Таблица 3

№ п/п	Темы традиционного ШКМ	Содержание стохастического материала
1	Отрезок, длина отрезка; шкалы и координаты	Линейная диаграмма. Чтение и интерпретация линейных диаграмм. Построение линейных диаграмм по готовым таблицам. Работа с целочисленными данными
2	Меньше или больше	Введение понятия события (примеры событий и не событий, формирование первичного навыка работы с эмпирическим материалом). Введение понятия опыта (случайного эксперимента)
3	Сложение натуральных чисел	Формирование умения распознавать события
4	Сложение натуральных чисел	Формирование умения определять наступление/ненаступление события
5	Вычитание натуральных чисел	Формирование умения самостоятельно формулировать события , составлять сложные события из более простых, распознавать определённое событие по различным его формулировкам
6	Вычитание натуральных чисел	Формирование (на интуитивном уровне) понятий опыта и его исхода
7	Вычитание натуральных чисел	Систематизация понятий события, опыта, исхода опыта
8	Упрощение выражений. Порядок выполнения действий	Экспериментирование с «генераторами случайностей» – стохастической костью и стохастической урной
9	Площадь. Формула площади прямоугольника	Столбчатая диаграмма. Чтение и интерпретация столбчатых диаграмм. Построение столбчатых диаграмм по готовым таблицам
10	Единицы измерения площадей	Интерпретация информации , представленной в различных формах: таблицы и столбчатые диаграммы. Работа с целочисленными данными
11	Окружность и круг. Доли. Обыкновенные дроби	Введение понятия круговой диаграммы . Чтение и интерпретация круговых диаграмм
12	Сравнение дробей	Сравнение различных форм представления информации: таблицы, столбчатые и круговые диаграммы. Данные выражены в виде обыкновенных дробей
13	Сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями	Введение понятий достоверного, случайного и невозможного события
14	Десятичная запись дробных чисел	Дифференциация событий по степени вероятности наступления (на интуитивной основе)
15	Сравнение десятичных дробей	Сравнение различных форм представления информации: таблицы, столбчатые и круговые диаграммы. Данные представлены в виде десятичных дробей
16	Сложение и вычитание десятичных дробей	Статистический этап сравнения событий. Введение понятия частоты случайного события
17	Умножение и деление десятичных дробей	Вычисление частоты события в серии одинаковых случайных экспериментов
18	Проценты. Угол. Круговые диаграммы	Построение круговых диаграмм по готовым таблицам
19	Повторение	Оформление результатов эксперимента в виде таблицы. Построение линейных, столбчатых и/или круговых диаграмм по таблице

Таблица 4

Природный материал	Сосновые шишки	Осенние листья	Жёлуди	Ветки	Цветки подорожника	Плоды каштана	Ягоды рябины
Количество	7	6	9	10	5	7	14

(например, на сравнение различных форм представления информации), а также с помощью учёта внутренних взаимосвязей теории вероятностей, комбинаторики и статистики.

Фрагмент содержания стохастического материала по курсу математики для 5-го класса приведён в табл. 3.

Рассмотрим фрагмент системы упражнений для 5-го класса, иллюстрирующий статистическую и вероятностную составляющие линии. При разработке данных упражнений учитывались особенности содержания и структуры стохастического учебного материала начальной школы:

- создан операционализированный перечень планируемых результатов освоения стохастической линии в 5–6-м классах, задающий основные требования к уровню овладения ими;
- каждому планируемому результату соответствует ряд умений, характеризующих достижение выпускником данного результата;
- составлены задания двух уровней сложности (базового и повышенного);
- упражнения различаются по форме ответа, используемым средствам, форме проведения работы.

Тема 1.

Планируемые результаты:

- читать и отвечать на вопросы по линейной диаграмме;
- заполнять таблицу по линейной диаграмме;
- сопоставлять информацию, представленную в таблицах и линейных диаграммах;
- строить линейные диаграммы по готовым таблицам (оперируя с целочисленными данными);
- строить линейную диаграмму по самостоятельно заполненной таблице.

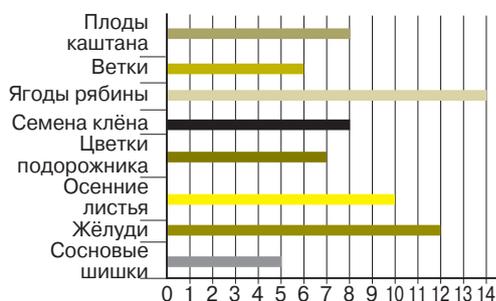
Умение: сопоставлять информацию, представленную в таблицах и линейных диаграммах.

Задача базового уровня.

Оля увидела в детском журнале поделку из природного материала, захотела сделать такую же и прочитала, что для этого потребуется собрать:

Гуляя в парке, Оля собрала несколько видов природного материала. Результаты изображены на линейной диаграмме 1*:

Диаграмма 1



Пользуясь таблицей и диаграммой, ответь на вопросы:

- а) Каких видов природного материала Оле пока недостаточно для поделки? Сколько таких видов ей ещё осталось собрать?
- б) Есть ли виды природного материала, которых собрано больше, чем требуется для поделки? Какие? На сколько больше их собрано?
- в) Оля решила дополнить материал, какой и в каком количестве материала, не указанный в журнале, она собрала?

Задача повышенного уровня.

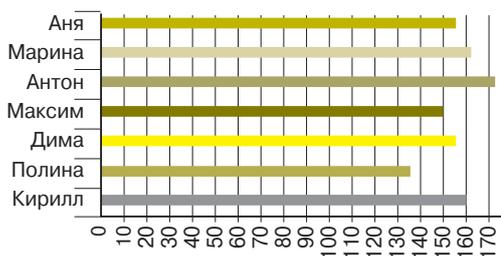
В таблице 5 представлены нормативы по прыжкам в длину с места для пятиклассников (в сантиметрах). На диаграмме 2 изображены результаты учеников 5 «А» класса Кирилла, Димы, Полины, Максима, Антона, Марины и Ани.

Таблица 5

	Оценка «3»	Оценка «4»	Оценка «5»
Мальчики	135	155	170
Девочки	130	150	160

* Приносим автору и читателям свои извинения в связи с невозможностью здесь и далее воспроизвести цвета оригинала. – Примеч. ред.

Диаграмма 2



- а) Определи, у кого лучший результат: среди девочек _____ среди мальчиков _____
- б) Какие оценки получили ребята? Запиши их в таблицу 6.

Таблица 6

Учащиеся	Кирилл	Полина	Дима	Максим	Антон	Марина	Аня
Оценки							

- в) Посчитай, сколько школьников получили каждую из оценок, и впиши их имена в таблицу 7.

Таблица 7

Оценка	5	4	3	2
Имена учащихся				

Тема 5.

Планируемые результаты:

- самостоятельно формулировать предположения и события;
- создавать сложное событие из более простых;
- распознавать определённое событие по различным его формулировкам.

Умения: создавать сложное событие из более простых; распознавать определённое событие по различным его формулировкам.

Задача повышенного уровня.

Кот Матроскин и пёс Шарик никак не могут договориться, кому идти за ёлкой. Тогда Матроскин предлагает: «У нас есть 3 старых фломастера: красный, синий и зелёный. Положим их в коробку. Потом ты с завязанными глазами вытаскишь один фломастер. Если это окажется красный – за ёлкой пойду я. Если другого цвета – то ты идёшь».

а) Запиши все возможные варианты для цвета фломастера, который может вытащить Шарик. При этом можно использовать союзы «и», «или», частицу «не». Например:

1. Шарик вытащит зелёный фломастер.
2. Шарик вытащит не красный и не зелёный фломастер.
3. Шарик вытащит синий или красный фломастер.
4. Шарик вытащит не синий фломастер и т.д.

б) Найди в получившемся списке событий события, которые означают одно и то же, но по-разному сформулированы. Пример: «Шарик вытащит не красный и не зелёный фломастер» = «Шарик вытащит синий фломастер».

в) Ответь на вопросы:

- Изменился бы результат испытания, если бы фломастеры вытаскивал Матроскин?
- От чего зависит, кто пойдёт за ёлкой?
- Как ты считаешь, кому скорее всего придётся идти за ёлкой – Матроскину или Шарик?
- Является ли предложение Матроскина справедливым? Объясни ответ.

Тема 8.

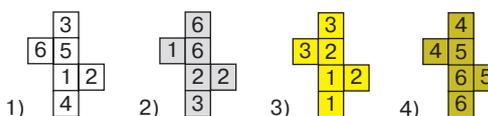
Планируемые результаты:

- наблюдать и анализировать результаты стохастического эксперимента; делать элементарные прогнозы развития ситуации;
- классифицировать события (на интуитивном уровне) с точки зрения их качественной характеристики;
- делать элементарные прогнозы.

Умения: классифицировать события (на интуитивном уровне) с точки зрения их качественной характеристики; делать элементарные прогнозы; работать со стохастическим материалом.

Задача повышенного уровня.

Для выполнения задания потребуется вырезать из бумаги развёртки кубиков четырёх цветов: белого, красного, жёлтого и зелёного:



Литература

а) Кашей Бессмертный придумал Ивану-царевичу последнее испытание: он подбрасывает кубик, и если выпадает от 1 до 3 очков – побеждает Иван-царевич, от 4 до 6 очков – Кашей. Противники сыграют в эту игру 3 раза. Но перед каждой игрой Иван-царевич должен выбрать для игры один из четырёх кубиков (см. рисунок). Какой из кубиков следует выбрать Ивану-царевичу, чтобы у него было больше возможностей выиграть:

- из четырёх кубиков;
- из оставшихся трёх кубиков;
- из оставшихся двух кубиков?

б) Построй в тетради таблицу:

Таблица 8

№ опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Результат для красного кубика										
Результат для белого кубика										

Проведи опыты с подбрасыванием белого и красного кубиков. Запиши результаты в таблицу.

в) Сравни результаты опытов в таблице и свои ответы в пункте а). Подтвердились ли твои предположения?

г) Почему для жёлтого и зелёного кубиков можно не проводить опыты, а сразу ответить, кто выиграет?

д) В случае какого результата игр Ивану-царевичу нужно будет делать выбор в третий раз? В каком случае не нужно?

«Образование в начальной школе является базой, фундаментом всего последующего обучения. В первую очередь это касается сформированности универсальных учебных действий (УУД), обеспечивающих умение учиться» [6, с. 117]. При разработке методических подходов к изучению стохастической линии в 5–6-м классах необходимо осуществлять преемственность с содержанием заданий данного раздела из курса математики начальной школы. Это даст возможность школьникам в дальнейшем, в основной и старшей школе, закрепить уже знакомый из курса начальной школы материал и повысить качество усвоения нового.

1. Демидова, Т.Е. Математика : 4-й класс : учеб. ; в 3-х ч. / Т.Е. Демидова, С.А. Козлова, А.П. Тонких. – Изд. 2-е, испр. – М. : Баласс, 2012.

2. Дорофеев, Г.В. Математика : 4-й класс : учеб. для общеобр. учрежд. с прилож. на электрон. носителе ; в 2-х ч. / Г.В. Дорофеев, Т.Н. Миракова, Т.Б. Бука. – М. : Просвещение, 2013.

3. Моро, М.И. Математика : 4-й класс : учеб. для общеобр. учрежд. ; в 2-х ч. / М.И. Моро [и др.]. – М. : Просвещение, 2012.

4. Петерсон, Л.Г. Математика : 4-й класс : учеб. для общеобраз. учрежд. ; в 3-х ч. / Л.Г. Петерсон. – М. : Ювента, 2012.

5. Планируемые результаты начального общего образования / Под ред. Г.С. Ковалёвой, О.Б. Логиновой. – М. : Просвещение, 2009.

6. Примерная основная образовательная программа образовательного учреждения : Начальная школа. – 4-е изд. – М. : Просвещение, 2013.

7. Примерная основная образовательная программа образовательного учреждения : Основная школа. – М. : Просвещение, 2011.

8. Примерные программы по учебным предметам : Математика : 5–9-й классы : проект. – 2-е изд. – М. : Просвещение, 2010.

9. Рудницкая, В.Н. Математика : 4-й класс : учеб. для общеобр. учрежд. ; в 2-х ч. / В.Н. Рудницкая, Т.В. Юдачева. – М. : Вентана-Граф, 2012.

Ирина Олеговна Ковпак – ассистент кафедры математического анализа и методики преподавания математики Института математики и информатики Московского городского педагогического университета, г. Москва.